Iskazna logika (račun sudova)

Na prethodnim satima smo vidjeli da simbolička logika zaključke analizira i klasificira na nešto drugačiji način nego tradicionalna. Kod podjele zaključaka, glavni kriterij je bio naša sigurnost u konkluziju kad je izvedena iz istinitih premisa, valjanim zaključivanjem (kad je takva konkluzija potpuno sigurna, taj zaključak smo zvali deduktivnim, kad je samo izvjesna u određenom postotku koji je veći od 50, onda je taj zaključak bio induktivan. Postotak manji od 50 bi sugerirao da to nije valjan zaključak).

Kod dokazivanja istinitosti pojedinih konkluzija, vidjeli smo da ta istinitost može zavisiti od odnosa među sudovima u zaključku (npr. hipotetički silogizam) ili o odnosima među pojmovima u zaključku (kategorički silogizam).
Prema tome smo naznačili dvije grane unutar simboličke logike: logiku sudova ili iskaznu logiku (račun sudova – prva varijanta dokazivanja) i logika pojmova ili predikaciona logika (račun pojmova – druga varijanta).

Ovaj tekst će biti posvećen iskaznoj logici, a idući logici predikata.
Iskazna logika ima više načina za dokazivanje valjanosti određenh zaključaka, no mi ćemo prikazati dvije osnovne metode:
Metodu građenja istinosnih tablica i metodu redukcije (svođenja) na apsurd.

Metodom tablica provjeravamo je li neki zaključak tautologija (istinit za svako tumačenje), ako jest tautologija, valjan je, ako nije, nije ni valjan.

Da bi to mogli provjeriti važno je razumijeti da svaki silogizam (temeljen na odnosu između sudova) možemo prikazati kao složeni sud opće formule $P1 \cdot P2 \rightarrow K$ (Zaključak je implikacija konjukcije premisa i konkluzije).
Složeniji zaključci bi imali formu $P1 \cdot P2 \cdot Px \ldots \rightarrow K$ (x označava broj premisa)

Npr. Ponendo tollens (modus disjunktivno kategoričkog silogizma koji ima strukturu: $P \wedge Q$, P $:: \neg Q$) bi u formi složenog suda zapisali kao: $P \wedge Q \cdot P \rightarrow \neg Q$

Najvažnije binarne funkcije za dokazivanje ovakve forme zaključaka su nam konjukcija i pogodba, podsjetiti ćemo se na njihove tablice:
Pogodba:

$P \rightarrow Q$	P	Q
Istinit I (1)	I (1)	I (1)
Neistinit N (0)	I (1)	N (0)
Istinit (1)	N (0)	I (1)
Istinit (1)	N(0)	N (0)

(Pogodba nije istinita samo kad je antecedens, odnosno prvi član - istinit, a kozekvens, odnosno drugi član - neistinit)
Konjukcija:

$P \cdot Q$	P	Q
I	I	I
N	I	N
N	N	I
N	N	N

(Konjukcija je istinita samo u slučaju kad su svi pojedinačni slučajevi konjukcije istiniti, u našem slučaju oba singularna suda)
Navedene, kao i ostale binarne funkcije moguće je pronaći na 59. str udžbenika.
Za vježbu, bilo bi dobro da ispišete tablicu disjunkcije i alternacije.

Na temelju rečenog, možemo pokazati kako bi izgledalo dokazivanje nekog složenijeg suda, odnosno zaključka, metodom građenja istinosnih tablica.
Uzmimo za primjer modus ponendo ponens (kategoričko hipotetički silogizam : P→Q, P :: Q, odnosno
P→Q
P
______
Q)

Prema gore navedenoj formuli ovaj zaključak možemo prikazati kao složeni sud forme:

{(P→Q) ·P} → Q (Zagrade nisu nužne, ali nam omogućuju bolje snalaženje, crveno je P1 (prva premisa) u našoj prijašnjoj formuli, crno P2 (druga premisa), a narančasto K odnosno konkluzija) Tako smo ponendo ponens pretvorili u složeni sud.

Vježba: Pretvorite tollendo tollens u složeni sud!

Tablica:

{(P→Q) ·P} → Q I I I I I I I I N N N I I N N I I N N I I N I N N N I N	P	Q
I	I	I
I	I	N
I	N	I
I	N	N

Pojašnjenje:
Prvi redak je istinit jer su vrijednosti pojedinačnih sudova istinite, dakle istinita je i prva pogodba (p1=i) i druga premisa (p2=i), a time i njihova konjukcija. Istinitost konjukcije premisa i samog konzekvensa (konkluzije Q) daju nam oba člana glavne pogodbe istinitim, dakle i pogodba je istinita, ključna nam je vrijednost ispod pogodbe označene žutom bojom).
Drugi redak: Konjukcija neistina, Q neistina, dakle cijela pogodba istina
Treći redak: Konjukcija neistina, Q istina, čitava pogodba istina.
Četvrti redak Konjukcija neistina, Q neistina, čitava pogodba istinita
Sva četiri tumačenja istinita, dakle naš ponendo ponens je tautologija, odnosno valjan zaključak!

Vježba: Na gore pokazani način dokažite tollendo tollens!

Reductio ad apsurdum

Redukcijom na apurd ne dokazujemo direktno istinitost našeg složenog suda (zaključka) već pokazujemo da pretpostavka da je neistinit vod u apsurd (Obzirom da sud mora biti istinit ili neistinit, čim dokažemo apsurdnost pretpostavke da je sud neistinit, ostaje nam varijanta da je istinit).

Ova metoda nam štedi vrijeme i prostor, pogotovu kod složenijih zaključaka čije bi tablice imale znatno više od 4 retka… Spomenuti ponendo ponens ovom metdom bi se prikazao:

{(P→Q) ·P} → Q
I I N   I I N N

(Krećete od pretpostavke da je vaš složeni sud neistinit (crveno N) i pokušavate sagraditi takav redak, da bi dobili ovaj crveni N, treba nam konjukcija istinita i zadnji član, odnosno Q neistinit, te vrijednosti označavamo zelenom bojom;
Da bi prvi član, odnosno konjukcija bila istinita treba nam istinit član P i istinita 'mala pogodba', ona u prvoj maloj zagradi, te vrijednosti ćemo označiti plavom. U ovoj fazi su nam već zadane vrijednosti singularnih sudova P i Q, vidimo da Q mora biti neistinit, a P istinit da bi zadovoljili uvjete našeg retka, pa te vrijednosti moramo prepisati i u malu zagradu (narančasta boja);
Vidimo da s prvim članom nešto nije u redu, da pogodba koja ima vrijednosti antecedensa I i konzekvensa N mora biti N, a kod nas je I (objasnili smo gore zašto nam treba taj član istinit).
Ukratko, očito je da ne možemo sagraditi normalan redak tablice kojim bi dobili onaj crveni N, odnosno da cijeli naš složeni sud bude neistinit, što ujedno znači i da je pretpostavka da takav redak postoji – apsurd. Što nas onda vodi do zaključka da je naš složeni sud tautologija, odnosno zaključak valjan!

Na isti način je moguće dokazati tollendo tollens, ponendo tollens ili bilo koju složeniju varijantu zaključka…
Dodatna pojašnjenja možete pronaći u vašim udžbenicima, str. 99-104.

Zadatci za vježbu:

1. Zapišite navedeni silogizam kao složeni sud:

   PvQ · ¬R
   S^Q
   ____
   ¬R

2. Metodom istinosnih tablica dokažite ponendo tollens

3. Metodom redukcije na apsurd ispitajte valjanost navedenog zaključka:

   P→Q
   Q→R
   ____
   R→S