

Matematika 8



23.03. – 27.03.2020.

Školski rad

Metoda suprotnih koeficijenata

Udžbenik , str.180.

Prepisati naslov u bilježnicu ,a nakon toga pročitati „upamti“.

Na sljedećem linku je stranica sa koje možete preuzeti prezentacije u kojima je detaljno objašnjeno rješavanje sustava metodom suprotnih koeficijenata :







<http://www.antonija-horvatek.from.hr/7-razred-matematika.htm#8-SustavJedn>

8. cjelina: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice

8.1. Materijali za samoučenje - PPT prezentacije koje objašnjavaju gradivo cijele ove cjeline

Prezentacije za samoučenje


Ovo su PPT prezentacije namjenjene za samoučenje gradiva ove cjeline. Koristiti ih mogu svi oni koji iz bilo kojeg razloga nisu savladali kako se rješavaju sustavi jednadžbi. Posebno bih ih preporučila onim učenicima koji zbog bolesti ili drugih razloga nisu bili prisutni na satovima obrade (pa su propustili objašnjenja učitelja), onima koji su bili na satovima ali su zaboravili detalje... i jednostavno svima onima koji iz bilo kojih razloga imaju problema sa rješavanjem jednadžbi. Također ih mogu koristiti i učitelji kao podsjetnike na to koje sve detalje ovdje trebamo razjasniti ili kao izvor zadataka.

-  **Metoda supstitucije - 1. dio** - izražavamo x iz prve jednadžbe (uz x u prvoj jednadžbi je koeficijent 1)
-  **Metoda supstitucije - 2. dio** - izražavamo x iz druge jednadžbe (uz x u drugoj jednadžbi je koeficijent 1)
-  **Metoda supstitucije - 3. dio** - izražavamo y iz bilo koje jednadžbe (uz y je u nekoj jednadžbi koeficijent 1)
-  **Metoda supstitucije - 4. dio** - svi koeficijeni različiti od 1
-  **Metoda suprotnih koeficijenata - 1. dio** - kad uz jednu nepoznicu već imamo suprotne koeficijente
-  **Metoda suprotnih koeficijenata - 2. dio** - kad u zadanim sustavu nemamo suprotne koeficijente

tip gornjih datoteka: pps

veličine: od 800 do 1800 KB

izrada: svibanj 2011.

 Sve (zip, 1.357 MB)

 uputa kako izmijeniti pps datoteku

Preuzeti prezentacije „Metoda suprotnih koeficijenata – 1.dio“ i „Metoda suprotnih koeficijenata – 2.dio“ .

Nakon što ste proučili prezentacije sljedeće primjere riješiti u bilježnici (zadaci udžbenik 183.str.) :

1. Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave :

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x+y=10 \\ x-y=2 \end{array} \right\} + \\ \hline 2x=12 \quad | :2 \\ \hline x=6 \\ \hline \begin{array}{l} x+y=10 \\ 6+y=10 \\ y=4 \end{array} \\ \hline \boxed{(6,4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \left. \begin{array}{l} x-y=0 \\ x+y=8 \end{array} \right\} + \\ \hline 2x=8 \quad | :2 \\ \hline x=4 \\ \hline \begin{array}{l} x+y=8 \\ 4+y=8 \\ y=4 \end{array} \\ \hline \boxed{(4,4)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \left. \begin{array}{l} x+3y=5 \\ x-3y=5 \end{array} \right\} + \\ \hline 2x=10 \quad | :2 \\ \hline x=5 \\ \hline \begin{array}{l} x+3y=5 \\ 5+3y=5 \\ 3y=0 \quad | :3 \\ y=0 \end{array} \\ \hline \boxed{(5,0)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } \left. \begin{array}{l} 2x-y=4 \\ 3x+y=1 \end{array} \right\} + \\ \hline 5x=5 \quad | :5 \\ \hline x=1 \\ \hline \begin{array}{l} 2x-y=4 \\ 2-y=4 \\ -y=2 \\ y=-2 \end{array} \\ \hline \boxed{(1,-2)} \end{array}$$

2. Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} -4x+3y=-23 \\ 4x+3y=41 \end{array} \right\} + \\ \hline 6y=18 \quad | :6 \\ \hline y=3 \\ \hline \begin{array}{l} -4x+9=-23 \\ -4x=-32 \quad | :(-4) \\ x=8 \end{array} \\ \hline \boxed{(8,3)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } \left. \begin{array}{l} 3x+8y=23 \\ -3x+2y=-13 \end{array} \right\} + \\ \hline 10y=10 \quad | :10 \\ \hline y=1 \\ \hline \begin{array}{l} 3x+8=23 \\ 3x=15 \quad | :3 \\ x=5 \end{array} \\ \hline \boxed{(5,1)} \end{array}$$

3. Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave i provjeri dobivena rješenja.

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \begin{array}{l} 7x+2y=3 \\ 2x+y=3 \quad | \cdot (-2) \\ \hline 7x+2y=3 \\ -4x-2y=-6 \\ \hline 3x=-3 \quad | :3 \\ \hline x=-1 \end{array} \\
 \begin{array}{l} 2x+y=3 \\ -2+y=3 \\ \hline y=5 \end{array} \\
 \boxed{(-1, 5)}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{b) } \begin{array}{l} c-2d=2 \quad | \cdot (-4) \\ 4c-5d=14 \\ \hline -4c+8d=-8 \\ 4c-5d=14 \\ \hline 3d=6 \quad | :3 \\ \hline d=2 \end{array} \\
 \begin{array}{l} c-2d=2 \\ c-4=2 \\ \hline c=6 \end{array} \\
 \boxed{(6, 2)}
 \end{array}$$

4. Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeći sustav :

$$\begin{array}{l}
 2a+3b=14 \quad | \cdot 3 \\
 3a+2b=11 \quad | \cdot (-2) \\
 \hline 6a+9b=42 \\
 -6a-4b=-22 \\
 \hline 5b=20 \quad | :5 \\
 \hline b=4 \\
 2a+3b=14 \\
 2a+12=14 \\
 2a=2 \\
 \hline a=1 \\
 \boxed{(1, 4)}
 \end{array}$$

Domaća zadaća :

Zbirka zadataka 61.str.

2. a) , b)

3. a) , b)

Školski rad

Metoda suprotnih koeficijenata

Pogledati video koji je na sljedećem linku : <https://www.youtube.com/watch?v=OPVYAy497E>

Zatim u bilježnicu riješavati sljedeće zadatke (udžbenik 183. - 184.str.) .

1. (udžbenik 183.str. 5.zadatak) Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave.

$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} 7x - 3y = 11 \quad \cdot 2 \\ -3x + 6y = 0 \end{cases} \\ & + \begin{cases} 14x - 6y = 22 \\ -3x + 6y = 0 \end{cases} \\ & \hline & 11x = 22 \quad : 11 \\ & \quad x = 2 \\ & -3x + 6y = 0 \\ & \quad -6 + 6y = 0 \\ & \quad \quad y = 1 \\ & \boxed{(2, 1)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{b) } & \begin{cases} 9x - 7y - 2 = 0 \\ 3x + 8y = 11 \quad \cdot (-3) \end{cases} \\ & + \begin{cases} 9x - 7y - 2 = 0 \\ -9x - 24y = -33 \end{cases} \\ & \hline & -31y - 2 = -33 \\ & \quad -31y = -31 \quad : (-31) \\ & \quad \quad y = 1 \\ & 3x + 8y = 11 \\ & \quad 3x + 8 = 11 \\ & \quad \quad 3x = 3 \quad : 3 \\ & \quad \quad \quad x = 1 \\ & \boxed{(1, 1)} \end{aligned}$
$\begin{aligned} \text{c) } & \begin{cases} 4a + 3b = 29 \quad \cdot 4 \\ 3a - 4b - 3 = 0 \quad \cdot 3 \end{cases} \\ & + \begin{cases} 16a + 12b = 116 \\ 9a - 12b = 9 \end{cases} \\ & \hline & 25a = 125 \quad : 25 \\ & \quad a = 5 \\ & 3a - 4b - 3 = 0 \\ & 15 - 4b - 3 = 0 \\ & \quad -4b = -12 \quad : (-4) \\ & \quad \quad b = 3 \\ & \boxed{(5, 3)} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{d) } & \begin{cases} 3a - 7b - 32 = 0 \quad \cdot 5 \\ -5a - 24b = 18 \quad \cdot 3 \end{cases} \\ & + \begin{cases} 15a - 35b = 160 \\ -15a - 72b = 54 \end{cases} \\ & \hline & -107b = 214 \\ & \quad b = -2 \\ & 3a - 7b - 32 = 0 \\ & 3a + 14 - 32 = 0 \\ & \quad 3a = 18 \quad : 3 \\ & \quad \quad a = 6 \\ & \boxed{(6, -2)} \end{aligned}$

2. (udžbenik 184.str. 6.zadatak) Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave:

a)
$$\begin{aligned} 2(x+1) + 3(y-2) &= 9 \\ 3(3-x) + 1-2y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x+2+3y-6 &= 9 \\ 9-3x+1-2y &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 13 \quad | \cdot 3 \\ -3x-2y &= -12 \quad | \cdot 2 \\ \hline 6x+9y &= 39 \\ -6x-4y &= -24 \\ \hline 5y &= 15 \quad | : 5 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 13 \\ 2x+3 \cdot 3 &= 13 \\ 2x+9 &= 13 \\ 2x &= 4 \quad | : 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\boxed{(2, 3)}$$

b)
$$\begin{aligned} 3(2a+1) + 5(3b-4) &= -17 \\ 4(3a-5) - 5(5b+16) &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6a+3+15b-20 &= -17 \\ 12a-20-25b-80 &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6a+15b &= 0 \quad | \cdot (-2) \\ 12a-25b &= 110 \\ \hline -12a-30b &= 0 \\ 12a-25b &= 110 \\ \hline -55b &= 110 \quad | : (-55) \\ b &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6a+15b &= 0 \\ 6a-30 &= 0 \\ 6a &= 30 \quad | : 6 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

$$\boxed{(5, -2)}$$

c)
$$\begin{aligned} 5(10a-4) - 7(8b-5) &= -17 \\ 5(6a+1) + 2(12b+1) &= 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50a-20-56b+35 &= -17 \\ 30a+5+24b+2 &= 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 50a-56b &= -32 \quad | : 2 \\ 30a+24b &= 24 \quad | : 2 \\ \hline 25a-28b &= -16 \quad | \cdot (-3) \\ 15a+12b &= 12 \quad | \cdot 5 \\ \hline -75a+84b &= 48 \\ 75a+60b &= 60 \\ \hline 144b &= 108 \quad | : 144 \\ b &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25a-28b &= -16 \\ 25a-28 \cdot \frac{3}{4} &= -16 \\ 25a-21 &= -16 \\ 25a &= 5 \\ a &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{5}, \frac{3}{4}\right)}$$

3. (udžbenik 184.str. 7.zadatak) Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeći sustav.

$$\begin{aligned} 3(2a-4) - 3(b+5) &= 2(a+1) + 5 \\ 8(a+3) + 4(b-1) - (a+2) &= -4b+4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6a-12-3b-15 &= 2a+2+5 \\ 8a+24+4b-4-a-2 &= -4b+4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a-3b &= 34 \quad | \cdot 8 \\ 7a+8b &= -14 \quad | \cdot 3 \\ \hline 32a-24b &= 272 \\ 21a+24b &= -42 \\ \hline 53a &= 230 \quad | : 53 \\ a &= \frac{230}{53} \end{aligned}$$

$$4a-3b=34$$

$$4 \cdot \frac{230}{53} - 3b = 34 \quad | \cdot 53$$

$$920 - 159b = 1802$$

$$-159b = 882$$

$$b = -\frac{294}{53}$$

Domaća zadaća : Zbirka zadataka 61. str. 4. a) , b) i c).

Školski rad

Metoda suprotnih koeficijenata

1. (udžbenik 184.str. 7.b)) Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeći sustav :

$$\begin{array}{r} 1 + 4(-3x + y + 1) - 2(-x + 2y + 5) = -3(-2x + y - 1) + 2 \\ -11 + 5(x + 2y + 3) - 3(-x + 4y - 2) = -2(x + y) \\ \hline 1 - 12x + 4y + 4 + 2x - 4y - 10 = 6x - 3y + 3 + 2 \\ -11 + 5x + 10y + 15 + 3x - 12y + 6 = -2x - 2y \\ \hline -16x + 3y = 10 \qquad -16 \cdot (-1) + 3y = 10 \\ 10x = -10 \Rightarrow x = -1, \quad 16 + 3y = 10 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 3y = -6 \quad | :3 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{y = -2} \\ \boxed{(-1, -2)} \end{array}$$

2. (udžbenik 184.str. 8.zadatak) Metodom suprotnih koeficijenata riješi sljedeće sustave :

$$\begin{array}{r} \text{a) } \frac{2}{3}x + 0.5y = 6 \quad | \cdot 6 \qquad \text{b) } \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{3} = -1 \quad | \cdot 12 \\ \frac{5}{6}x - \frac{3}{4}y = 2 \quad | \cdot 12 \qquad \frac{3x+7}{2} - \frac{2y-5}{5} = 1 \quad | \cdot 10 \\ \hline 4x + 3y = 36 \quad | \cdot 3 \qquad 3(x+y) + 4(x-y) = -12 \\ 10x - 9y = 24 \qquad 5(3x+7) - 2(2y-5) = 10 \\ \hline + \begin{cases} 12x + 9y = 108 \\ 10x - 9y = 24 \end{cases} \qquad 3x + 3y + 4x - 4y = -12 \\ \hline 22x = 132 \qquad 15x + 35 - 4y + 10 = 10 \\ \underline{x = 6} \qquad 7x - y = -12 \quad | \cdot (-4) \\ \qquad \qquad \qquad 15x - 4y = -35 \\ 4x + 3y = 36 \qquad + \begin{cases} -28x + 4y = 48 \\ 15x - 4y = -35 \end{cases} \\ 24 + 3y = 36 \qquad \hline 3y = 12 \quad | :3 \qquad -13x = 13 \quad | : (-13) \\ \underline{y = 4} \qquad \qquad \qquad \underline{x = -1} \\ \boxed{(6, 4)} \qquad \qquad \qquad 7x - y = -12 \\ \qquad \qquad \qquad -7 - y = -12 \\ \qquad \qquad \qquad \underline{y = 5} \\ \boxed{(-1, 5)} \end{array}$$

$$c) \quad \frac{x+y}{8} = \frac{x-y+1}{5} \quad | \cdot 40$$

$$\frac{2x-3y}{2} = \frac{x+y+1}{3} \quad | \cdot 6$$

$$5(x+y) = 8(x-y+1)$$

$$3(2x-3y) = 2(x+y+1)$$

$$5x+5y = 8x-8y+8$$

$$6x-9y = 2x+2y+2$$

$$-3x+13y = 8 \quad | \cdot 4$$

$$4x-11y = 2 \quad | \cdot 3$$

$$+ \begin{cases} -12x+52y = 32 \\ 12x-33y = 6 \end{cases}$$

$$19y = 38 \quad | :19$$

$$y = 2$$

$$4x-11y = 2$$

$$4x-11 \cdot 2 = 2$$

$$4x-22 = 2$$

$$4x = 24 \quad | :4$$

$$x = 6$$

$$\boxed{(6, 2)}$$

$$d) \quad \frac{4x-y-12}{5} + \frac{x-2y+3}{15} = 0 \quad | \cdot 15$$

$$\frac{5x-y-9}{12} - \frac{4x-y-13}{9} = 1 \quad | \cdot 36$$

$$3(4x-y-12) + x-2y+3 = 0$$

$$3(5x-y-9) - 4(4x-y-13) = 36$$

$$12x-3y-36+x-2y+3=0$$

$$15x-3y-27-16x+4y+52=36$$

$$13x-5y = 33$$

$$-x+y = 11 \quad | \cdot 5$$

$$+ \begin{cases} 13x-5y = 33 \\ -5x+5y = 55 \end{cases}$$

$$8x = 88 \quad | :8$$

$$x = 11$$

$$-x+y = 11$$

$$-11+y = 11$$

$$y = 22$$

$$\boxed{(11, 22)}$$

3. (udžbenik 184.str. 9.zadatak) Izaberi metodu i riješi sustave:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \frac{4a+b}{7} + \frac{3a+b}{4} = 7 \quad | \cdot 28 \\
 & \frac{3a-5b}{5} - \frac{7a+5b}{4} = -8 \quad | \cdot 20 \\
 & \hline
 & 4(4a+b) + 7(3a+b) = 196 \\
 & 4(3a-5b) - 5(7a+5b) = -160 \\
 & \hline
 & 16a+4b+21a+7b = 196 \\
 & 12a-20b-35a-25b = -160 \\
 & \hline
 & 37a+11b = 196 \quad | \cdot 45 \\
 & -23a-45b = -160 \quad | \cdot 11 \\
 & \hline
 & + \begin{cases} 1665a + 495b = 8820 \\ -253a - 495b = -1760 \end{cases} \\
 & \hline
 & 1412a = 7060 \quad | : 1412 \\
 & \quad \underline{a=5} \quad b=1, \quad \boxed{(5,1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \frac{3x+y-4}{4} - \frac{y-x+2}{5} = x-y \quad | \cdot 20 \\
 & \frac{2x-3y-1}{3} - \frac{5x-4y-3}{6} = y \quad | \cdot 6 \\
 & \hline
 & 5(3x+y-4) - 4(y-x+2) = 20x-20y \\
 & 2(2x-3y-1) - (5x-4y-3) = 6y \\
 & \hline
 & 15x+5y-20-4y+4x-8 = 20x-20y \\
 & 4x-6y-2-5x+4y+3 = 6y \\
 & \hline
 & -x+21y = 28 \\
 & -x-8y = -1 \quad | \cdot (-1) \\
 & \hline
 & + \begin{cases} -x+21y = 28 \\ x+8y = 1 \end{cases} \\
 & \hline
 & 29y = 29 \quad | : 29 \\
 & \quad \underline{y=1} \\
 & -x-8y = -1 \\
 & -x-8 = -1 \\
 & -x = 7 \\
 & \underline{x=-7} \quad \boxed{(-7,1)}
 \end{aligned}$$

Domaća zadaća: zbirka zadataka , 61.str. 5. a) , b) i c).

Školski rad

Primjena sustava linearnih jednadžbi

Kao uvod u ovu lekciju pogledati video na sljedećem linku :

<https://www.youtube.com/watch?v=JmTGVDGT2Gc> .

Udžbenik 186.str. Pročitati „upamti“ i pogledati riješene primjere u knjizi.

Sljedeće zadatke raditi u bilježnici.

1. Zbroj dvaju brojeva jest 45, a njihova je razlika 11. Koji su to brojevi ?

$$\begin{array}{l} x, y = \text{brojevi} \\ + \begin{cases} x+y=45 \\ x-y=11 \end{cases} \\ \hline 2x=56 \quad | :2 \\ \underline{x=28} \end{array} \quad \begin{array}{l} x+y=45 \\ 28+y=45 \\ \underline{y=17} \end{array} \quad \text{To su brojevi 28 i 17.}$$

2. Razlika dvaju brojeva jest 16. Četvrtina prvog broja za 5 je veća od petine drugog broja. Koji su to brojevi ?

$$\begin{array}{l} x, y = \text{brojevi} \\ x-y=16 \\ \frac{1}{4}x = \frac{1}{5}y + 5 \quad | \cdot 20 \\ \hline x-y=16 \Rightarrow \boxed{x=y+16} \\ 5x = 4y + 100 \\ 5(y+16) = 4y + 100 \quad \begin{array}{l} x=20+16 \\ \underline{x=36} \end{array} \\ 5y+80 = 4y + 100 \\ \underline{y=20} \quad \text{To su brojevi 36 i 20.} \end{array}$$

3. Trećina razlike dvaju brojeva iznosi 5, a njihov je zbroj 21. Koji su to brojevi?

$x, y = \text{brojevi}$

$$\frac{x-y}{3} = 5 \quad | \cdot 3$$

$$x+y = 21$$

$$+ \begin{cases} x-y = 15 \\ x+y = 21 \end{cases}$$

$$\frac{2x = 36}{2} \quad | : 2$$

$$\underline{x = 18}$$

$$x+y = 21$$

$$18+y = 21$$

$$\underline{y = 3}$$

To su brojevi 18 i 3.

4. Zbroj dvaju brojeva jest 126. Drugi je broj 2.5 puta veći od prvoga. Koji su to brojevi ?

$$x+y = 126$$

$$y = 2.5x$$

$$x+2.5x = 126$$

$$3.5x = 126 \quad | : 3.5$$

$$\underline{x = 36}$$

$$y = 2.5x$$

$$y = 2.5 \cdot 36$$

$$\underline{y = 90}$$

To su brojevi 36 i 90.

5. Broj 145 rastavi na dva pribrojnika tako da je prvi pribrojnik za 25 veći od drugoga pribrojnika.

$x, y = \text{pribrojnici}$

$$x+y = 145$$

$$x = y+25 \quad \text{supst.}$$

$$y+25+y = 145$$

$$2y = 120 \quad | : 2$$

$$\underline{y = 60}$$

$$x = y+25$$

$$\underline{x = 85}$$

(85, 60)

6. Broj 296 rastavi na dva pribrojnika tako da je prvi pribrojnik 7 puta veći od drugoga pribrojnika.

$$x+y = 296$$

$$x = 7y \quad \text{supst.}$$

$$7y+y = 296$$

$$8y = 296 \quad | : 8$$

$$\underline{y = 37}$$

$$x = 7y$$

$$\underline{x = 259}$$

(259, 37)

Domaća zadaća:

Zbirka zadataka : 63. str. 1., 2., i 3. zadatak.